**DS R4.04- 2024**

**Durée : 1h30**

Accès autorisé au supports de cours, TDs et corrections et uniquement aux sites geogebra.org et Google Colab

**Exercice 1 : BikeWorks**

Une entreprise de fabrication de vélos, BikeWorks, produit deux types de vélos : les vélos de montagne et les vélos de route. Chaque vélo nécessite l'utilisation de trois départements pour l'assemblage : le département de cadre, le département de montage et le département de finition. Voici les détails de l'assemblage :

* Un vélo de montagne nécessite 4 heures au département de cadre, 2 heures au département de montage et 1 heure au département de finition.
* Un vélo de route nécessite 3 heures au département de cadre, 1 heure au département de montage et 2 heures au département de finition.

Les coûts des matériaux et des fournitures sont les suivants :

* Le coût des matériaux pour un vélo de montagne est de 50€, et pour un vélo de route est de 30€.
* Les frais généraux sont de 30€ par vélo de montagne et de 25€ par vélo de route.

Les heures de main-d'œuvre disponibles par semaine dans chaque département sont les suivantes :

* Département de cadre : 90 heures
* Département de montage : 40 heures
* Département de finition : 50 heures

Le prix de vente d’un vélo de montagne est 150€ l'unité et celui d’un vélo de route est, 120€ l'unité. L'entreprise souhaite établir un programme de production hebdomadaire qui maximisera ses bénéfices.

a) Ecrivez un programme linéaire ayant pour objectif de maximiser le bénéfice journalier de l’entreprise.

b) Résoudre ce problème graphiquement à l’aide du site geogebra.org. Il faut faire un imprime écran de l’espace de solutions réalisables et le délimiter.

c) Donner la solution optimale si elle existe.

d) Pour répondre à la demande du marché, l'entreprise doit produire au plus 20 vélos de montagne et au plus 18 vélos de route par semaine. L'entreprise est assurée de vendre toute sa production si cette condition est respectée. Que change cette contrainte dans la formulation de votre programme linéaire ?

e) Représenter le nouvel espace de solutions réalisables.

d) Donner la solution optimale si elle existe.

**Exercice 2 : A star**

Soit le graphe G et l’heuristique h(n) suivants :



Le nœud source est A et le nœud d’arrivée est H. Le coût est indiqué sur chaque arc du graphe et h(n) représente la fonction heuristique associée à chaque nœud du graphe.

1. Simulez l’exécution de l’algorithme A\* et donnez l’ensemble d’itérations avec le contenu des listes « Open » et « Closed » à chaque fois.
2. Donnez la solution finale de l’algorithme A\*
3. L’heuristique h(n) est-elle admissible ? justifiez.

**Exercice 3 :**

Soit l'ensemble des 10 points suivants :

Point 1:(1,5)

Point 2:(4,8)

Point 3:(7,2)

Point 4:(3,6)

Point 5:(6,4)

Point 6:(2,9)

Point 7:(5,2)

Point 8:(2,3)

Point 9:(7,7)

Point 10:(3,9)

On veut répartir ces points en trois (3) clusters, en utilisant l'algorithme K-means. La distance entre deux points a et b est calculée en utilisant la distance de Manhatten définie comme suit :

1. Donnez le principe de fonctionnement de l’algorithme K-means et ses avantages/inconvénients

2. Appliquez K-means en choisissant comme centres initiaux des 3 clusters respectivement :

1. Centre de Cluster 1 : (2, 5)
2. Centre de Cluster 2 : (6, 7)
3. Centre de Cluster 3 : (4, 3)

Montrez toutes les étapes de calcul et la solution finale (les centre de Cluster et leurs compositions).